

funden haben muss, üblich war. Dem Charakter der Römer in einer der Vitruvianischen Zeit noch so naheliegenden Periode entspricht aber eine derartige Abweichung nicht, und auf Grund gerade der Nachweisungen des Chemikers Oberlehrer Weiland darf man aus einer abweichenden Technik gegen sonstige Ausführungen und Beschreibungen auf eine spätere Zeit dieser noch stehenden „Römermauern“, also auch der Thürme und des musivischen Mauerwerks daran, schliessen. Die römischen Befestigungen des I. Jahrhunderts zeigen oft Doppelmauern (wie in Aosta); auch das Format der Steine an dem Römer- oder Klarenthurm entspricht keinem aus jener Zeit nachgewiesenen Mauerwerk, während dasselbe bei den späteren Bauten üblich ist, die bereits auf Blöcken aus zerstörten Römerbauten, also etwa im IV. Jahrhundert fundirt sind, wie z. B. die Ringmauer zu Sens. Zahlreiche Bauten im alten Gallien bezeugen, dass vor Allem dort auch die Anwendung farbiger Muster in Quadraten und Rauten zu Hause war, wieweil das opus reticulatum römischen Ursprungs ist. Die Römer, die im eigenen Lande ihre Festungen nicht mit solchem Schmuck versehen, werden am allerwenigsten an einem so exponirten Punkte in der Provinz bei der ersten Anlage ihre Zeit mit Zierrathen verbracht haben, die einer späteren Epoche sicherlich angehören, in welcher die Einflüsse der überwundenen Völker in den Vordergrund treten. Man kann wohl mit einiger Wahrscheinlichkeit diese Arbeit in die späteste, die Sitten und Gebräuche des Orients bevorzugende Zeit der Kaiser, frühstens aber in die des gewaltigen Frankenfürsten Arbogast verweisen, welcher 375 bis 383 Oberfeldherr am Rhein, später unter Valentinian Magister militum war und seinen Sitz in Köln hatte. (Eine Bauinschrift, die auf ihn zurückgeführt wird, findet sich in dem corpus inscriptionum Rhenanarum). Die Annahme, dass der oberste Theil des Thurmes mit den Tempelfaçaden jünger sei, kann man wohl gelten lassen — der Darstellung nach mögen sie in die christliche Zeit hineinreichen. Eine ähnliche Technik in Clermont, Würfel- und Rautenwerk an Giebel und Apsis von Notre-Dame du Port, stammt nach Viollet-le-Duc aus dem VIII. Jahrhundert, verwandte Flächenbehandlung an der Halle des Klosters Lorsch (Hessen) nach Kugler aus dem IX. Jahrhundert.

Von Werth bei fernerer Untersuchung der Frage wäre offenbar eine genaue Aufnahme des Thurmes und Zusammenstellung derselben mit den wenigen sonstigen noch in Köln vorhandenen Resten ähnlicher Mauertechnik. Desgleichen würde eine Feststellung der Fundamente des Römerthurms Anhaltspunkte bieten können, die bei gemeinsamer Thätigkeit der zahlreichen Architekten, Archäologen und Alterthumsfreunde daselbst gewiss nicht schwer zu erreichen sein werden. Zum Vergleiche wird es dann noch von Wichtigkeit sein, aus Caumont (Cours d'architecture religieuse et militaire) das gemusterte Mauerwerk an den Kirchen zu Gennes und namentlich zu Vieux-Pont en Auge (Calvados) in Betracht zu ziehen. Wird alsdann für die Errichtung des Römerthurms eine weit spätere Zeit nachgewiesen, so sind die von dem Architekten Mertz untersuchten Mauerreste ebenfalls einer jüngeren Zeit angehörig. Dann aber dürfte auf's Neue geforscht werden, ob doch nicht Professor Düntzer's Annahme zulässig ist, dass die älteste Römermauer enger gezogen war und z. B. an der Südseite durch die Sternengasse ging. Darf man den Neumarkt (Naumachia?) aus der ältesten Befestigung ausschliessen, so blieben als Grenzpunkte Maria im Capitol, St. Caecilia (an der Stelle der ältesten Domkirche), Appellhof (Amphitheater) und der Dom, der jedenfalls auf den Resten eines römischen Tempels steht. Für einen Theil dieser Grenzmauer aber, nämlich am Lichhof (Leichhof) No. 24, hat Architekt Mertz das Vorkommen einer von der sonst durchgehenden abweichende Construction, eine wahrscheinliche Verbindung zweier Mauern constatirt, indem in dem dortigen Keller Tuffsteinmauerwerk auftritt, welches derselbe für Verblendung der älteren Mauer hält.

Hiernach kommt man zu dem Schlusse, dass die Annahme der Entstehung des musivischen Mauerwerkes am Römerthurm im ersten Jahrhundert unserer Zeitrechnung als aus technischen Gründen erwiesen nicht angesehen werden kann, dass vielmehr die vergleichende Denkmalkunde und andere historische Erwägungen auf die gallo-römische bzw. fränkische Zeit vom V. bis VII. Jahrhundert hinweisen.

P. Wallé.

Noch ein Wort über das Princip der kleinsten Deformationsarbeit.

Von Heinrich F. B. Müller-Breslau.

Herr Professor Mohr glaubt, in No. 34 dieser Zeitschrift Missverständnissen vorbeugen zu sollen, zu welchen — nach der Auffassung des Herrn Mohr — meine in den Nummern 18 und 20 enthaltenen Mittheilungen über die Anwendung des Princip der Arbeit in der Elasticitätslehre Veranlassung geben können.

Die Deductionen des Herrn Mohr gipfeln in der Behauptung, dass die Anwendung des Princip der virtuellen Geschwindigkeiten die Lösung der 3 Aufgaben gestatte:

1. Die Bestimmung der von den Belastungen hervorgerufenen inneren Kräfte;
2. die Ermittlung der inneren Kräfte, welche von der Temperatur, von der Stützlage und von der Montirung abhängig sind;
3. die Bestimmung der mit den inneren Kräften verbundenen Deformationen der Construction;

während das Princip der kleinsten Deformationsarbeit nur die Lösung der ersten Aufgabe ermögliche, dass also die beiden Methoden nicht dasselbe Anwendungsgebiet beherrschen.

Darauf muss ich erwidern, dass in meinen Mittheilungen weder auf eine Discussion der Grösse des Anwendungsgebietes, noch auf eine Erörterung der Frage, ob und wann die eine oder die andere Methode die zweckmässigere sei, eingetreten worden ist, dass ich es vielmehr dem Leser überliess, sich selbst durch einen Einblick in das schöne Werk Castigliano's (zu dessen Studium ich vornehmlich anregen wollte) hierüber zu orientiren, und bleibt mir deshalb auch unerklärlich, welche Stellen meines Referates zu Missverständnissen führen sollten. Im Gegentheile, die Ausführungen des Herrn Mohr sind zur Verbreitung irriger Ansichten über den Werth der Forschungen Castigliano's geeignet, da die Behauptung, „es gestatte die Anwendung des Princip der kleinsten Deformationsarbeit nur die Lösung der ersten Aufgabe“ nicht zutrifft. In der That beherrschen beide Methoden dasselbe Anwendungsgebiet.

Vorweg sei noch bemerkt, dass die Lösung der letzten der obengenannten Aufgaben die der beiden ersten einschliesst, da nach Bestimmung des Deformationszustandes eines Fachwerkes*) durch Angabe der Beziehungen zwischen den Verschiebungen der Knotenpunkte, den Elasticitätsconstanten und den inneren Kräften, welche letztere sich als Functionen der äusseren Kräfte sowie der Spannkraften in den überzähligen Stäben darstellen lassen, die Lösung jeder der oben angeführten Aufgaben möglich ist, weshalb es auch genügt, die Anwendung des Princip der kleinsten Deformationsarbeit auf die dritte Aufgabe zu zeigen.**)

*) Ich werde, ebenso wie Herr Mohr, nur vom Fachwerk sprechen und verweise den Leser auf den Aufsatz von Kirsch in der Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1868, Heft 8-10, in welchem die Fundamentalsätze der Theorie der Elasticität fester Körper aus der Betrachtung eines Systems von unendlich nahen, nach drei zu einander senkrechten Richtungen aequidistant im Raume vertheilten Punkten, welche durch 7 Schaaren elastischer Stäben verbunden sind, abgeleitet werden. Die betreffenden Entwicklungen lehnen, dass jeder feste Körper als ein Fachwerk definiert werden darf. Auch Castigliano schiebt die Behandlung des räumlichen Fachwerkes (système articulé) der des beliebigen isotropen und anisotropen Körpers (système à encastrement) voraus und führt das zweite System auf das erste zurück.

**) Ich lasse hier die Bemerkung einfließen, dass es besonders überraschen muss, wenn Herr Mohr die Anwendung des neuen Princip auf die Berechnung derjenigen inneren Kräfte in Abrede stellt, welche von der Stützlage abhängen. Soll beispielsweise der Horizontalschub H eines Bogens mit 2 Gelenken festgestellt werden, so wird in der Gleichung $\frac{\partial W}{\partial H} = 0$ nur dann unter W die Deformationsarbeit des Bogens allein zu verstehen sein, sobald die Widerlager vollkommen starr sind, während sich im Allgemeinen der Ausdruck W auf Bogen und Widerlager bezieht, wobei unter Umständen ein bestimmter Theil des Baugrundes als ein Bestandtheil des Widerlagers definiert werden muss! Werden nun, wie es bei Lösung derartigen Aufgaben stets geschieht, die Verschiebungen derjenigen Punkte, in welchen die Stützung des Bogens durch die Widerlager erfolgt, von vornherein als durch Beobachtungen an ähnlichen Bauwerken gefunden, angenommen, so kann man ihren Einfluss auf den Spannungszustand des Bogens stets auf übersichtliche Weise ermitteln, indem man die Widerlager durch bezüglich der Verschiebungen jener Stützpunkte gleichwertige Constructiothelle ersetzt denkt. So wird man bei einem Bogen, dessen Kämpfergelenke sich von einander um eine gegebene Strecke entfernen, diese Gelenke durch einen Stab verbinden, dessen Dimensionen so zu wählen sind, dass die Verlängerung des Stabes die vorgeschriebene ist (vgl. Zeitschr. d. Arch.-u. Ing.-Vereins z. Hannover, 1875, S. 17), worauf das System als ein Balken mit starren Widerlagern aufgefasst und mittelst des neuen Princip berechnet werden kann.

Ist p irgend ein Knotenpunkt eines Fachwerks, R_p eine in demselben angreifende äussere Kraft, r_p die Projection der Verschiebung des Punktes p auf die Richtung von R_p , so wird an dem Zustande des Fachwerks nichts geändert, wenn die Kraft R_p entfernt und durch die gleichwerthige Spannkraft R_p eines Stabes pp_1 ersetzt wird, welcher den Punkt p mit einem ausserhalb des Fachwerks gelegenen festen Punkte p_1 verbindet, vorausgesetzt, dass diesem Stabe solche Dimensionen beigelegt werden, dass seine Längenänderung $= r_p$ ist. Es ist dann die Deformationsarbeit des um den fingirten Stab pp_1 vermehrten Fachwerks (mit Bezugnahme auf die Bezeichnungen in meiner früheren Mittheilung)

$$\mathcal{U}_1 = \Sigma \frac{S^2 s}{2EF} + \frac{R_p^2 s_p}{2E_p F_p}$$

Hierbei sind die inneren Kräfte S als Functionen der äusseren Kräfte dargestellt zu denken und muss jede einzelne äussere Kraft als unabhängige Variable aufgefasst werden. Nun folgt aus dem Principe der kleinsten Deformationsarbeit,

$$\frac{\partial \mathcal{U}_1}{\partial R_p} = \Sigma \frac{Ss}{EF} \cdot \frac{\partial S}{\partial R_p} + \frac{R_p s_p}{E_p F_p} = 0^*)$$

und, da die Werthe s_p , E_p , F_p der Bedingung $\frac{R_p s_p}{E_p F_p} = r_p$ genügen müssen,

$$1) \quad r_p = - \Sigma \frac{Ss}{EF} \cdot \frac{\partial S}{\partial R_p}$$

wobei ein positives r_p eine Entfernung des Punktes p von dem Punkte p_1 bedeutet. Wird die Verschiebung r_p im Sinne von R_p positiv angenommen und beachtet, dass der Summenausdruck in Gl. 1 die partielle Derivirte $\frac{\partial \mathcal{U}_1}{\partial R_p}$ ist, so folgt der auch von Castigliano nachgewiesene Satz:

$$r_p = \frac{\partial \mathcal{U}_1}{\partial R_p}$$

Erwägt man weiter, dass $S = S_0 + S'R$ ist, wo S_0 diejenige innere Kraft darstellt, welche nach Entfernung von R_p auftritt, während $S_0 + S'$ die Spannkraft für den Fall bedeutet, dass

R_p den Werth 1 annimmt, so findet man $\frac{\partial S}{\partial R_p} = S'$ und gelangt zu der Gleichung

$$r_p = \Sigma \frac{SS's}{EF}$$

d. i. zu derselben Gleichung, welche im ersten Theile meiner Mittheilungen mit Hilfe des Principis der virtuellen Geschwindigkeiten abgeleitet wurde.*)

Ich füge hinzu, dass das Gesetz $r_p = \frac{\partial \mathcal{U}_1}{\partial R_p}$ und das diesem reciproke Green'sche Gesetz $R_p = \frac{\partial \mathcal{U}_1}{\partial r_p}$ sich auf verschiedene

Weise aus dem Principe der kleinsten Deformationsarbeit folgern lassen, dass ich aber den obenstehenden Beweis gewählt habe, um die — übrigens ganz naturgemässe — Identität des Rechnungsganges der beiden hier in Rede stehenden Methoden hervortreten zu lassen, wie ich denn auch in meiner früheren Mittheilung bemüht war, die Lösung der verschiedenen Beispiele in eine Form zu kleiden, welche das Erkennen dieser Identität (auf welche ich die Hörer meiner Vorträge über Festigkeitslehre stets aufmerksam mache) erleichtert.**)

Noch bemerke ich, dass Castigliano den Einfluss von Temperaturänderungen auf den von inneren Kräften zurückführt, welche bereits vor Einwirkung der äusseren Kräfte R_p auftreten und nur von den geometrischen Bedingungen des Systems abhängen. Es wird dann der Ausdruck

$$\mathcal{U}_i = \Sigma \frac{S^2 s}{2EF} + \Sigma S \epsilon t$$

für welchen mir die Bezeichnung ideale Deformationsarbeit nicht unpassend erscheinen will, ein Minimum, und es ergibt sich analog wie früher, zur Berechnung der Deformationen r_p die Gleichung:

$$r_p = \frac{\partial \mathcal{U}_i}{\partial R_p} = \Sigma \frac{Ss}{EF} \cdot \frac{\partial S}{\partial R_p} + \Sigma \epsilon t \frac{\partial S}{\partial R_p}$$

Berlin, den 29. April 1893.

Der Bericht der Commission des Herrenhauses zur Vorberathung des Gesetzentwurfs, betreffend den Bau eines Schiffahrtscanals von Dortmund über Henrichenburg, Münster, Bevergern, Neudörpen nach der unteren Ems.

Wir geben nachstehend den ersten Theil des Commissions-Berichtes wieder, welcher sich im Princip gegen die Neuausführung künstlicher Wasserstrassen in Preussen ausspricht, bemerken jedoch unsererseits ausdrücklich, dass wir uns nicht auf den Standpunkt desselben stellen können, sondern mit der grossen Majorität des Abgeordnetenhauses die Erweiterung des preussischen Canalnetzes für ausserordentlich segensreich erachten. Auf den zweiten Theil des Berichtes, welcher sich speciell gegen den projectirten Canal von Dortmund nach der unteren Ems wendet, sowie auf den dritten Theil desselben, welcher die Ausführungen der Vertheidiger des Canalprojectes enthält, näher einzugehen, behalten wir uns vor.

Der Bericht lautet:

„Die Commission hat den vorbezeichneten, von dem Abgeordnetenhaus an das Herrenhaus gelangten Gesetzentwurf in zwei Sitzungen durchberathen. An diesen Berathungen haben sich als Vertreter der Staatsregierungen betheiligte:

I. für das Ministerium der öffentlichen Arbeiten: 1. Ministerial-Director Schultz, 2. Ober-Baudirector Schönfelder, 3. Geheimer Ober-Baurath Wiebe, 4. Geheimer Ober-Regierungsrath Stöckhardt, 5. Geheimer Ober-Bergrath Freund;

II. für das Ministerium für Handel und Gewerbe: 1. Unterstaatssecretär Dr. von Möller, 2. Geheimer Regierungsrath Mosler;

III. für das Finanz-Ministerium: Geheimer Finanzrath Schmidt.
In der Generaldebatte, welche gleichzeitig den Inhalt des § 1 erschöpfend behandelte, kamen im Wesentlichen drei verschiedene Richtungen zur Geltung: Die eine, welche den Neubau grosser Schiffahrtscanäle in Preussen überhaupt verwirft; eine zweite, welche die Entwicklung eines umfassenden preussischen Canalnetzes zwar im Princip befürwortet, sich aber gegen die von der Königlichen Staatsregierung zunächst projectirte Linie erklärt; und endlich eine dritte, welche der Regierungsvorlage in der vom Abgeordnetenhaus angenommenen Fassung zustimmt. Zur Begründung der erstgenannten Auffassung wurde ausgeführt, dass sich zwar

die Nachtheile nicht verkennen liessen, welche die wirtschaftliche Entwicklung Preussens und Deutschlands dadurch erlitten hätte, dass die Ausbildung unseres Canalnetzes durch Jahrhunderte hindurch gegen unsere Nachbarländer zurückgeblieben sei, dass aber damit die Frage noch nicht beantwortet werde, ob bei der heutigen Entwicklung des Eisenbahnwesens und insbesondere nach der Verstaatlichung der wichtigsten Eisenbahnlilien in Preussen die früheren Versäumnisse nachgeholt werden sollten. Die Gründe, welche Seitens der Königlichen Staatsregierung sowohl wie von den Freunden der Neuanlegung künstlicher Wasserstrassen angeführt worden seien, bedürften einer gründlichen Prüfung; es sei nicht genügend, die Frage durch allgemeine Schlagwörter zu beantworten, sondern es sei vor allen Dingen erforderlich, durch Zahlen nachzuweisen, dass die den künstlichen Wasserstrassen früher unzweifelhaft innewohnenden Vortheile auch heute noch in Concurrnz mit den Eisenbahnen fort-

*) Der Satz von der Derivirten der Deformationsarbeit lautet bei Castigliano: Théorème des dérivées du travail de déformation. Première partie: Si l'on exprime le travail de déformation d'un système articulé, en fonction des déplacements relatifs des forces extérieures appliquées à ses sommets, ou obtient une formule, dont les dérivées, par rapport à ces déplacements, donnent la valeur des forces correspondantes.

Seconde partie. Si l'on exprime, au contraire, le travail de déformation d'un système articulé en fonction des forces extérieures, on obtient une formule, dont les dérivées, par rapports à ces forces, donnent les déplacements relatifs de leurs points d'application.

Der erste Theil dieses Satzes rührt von dem bekannten englischen Astronomen Green her, der zweite ist von Castigliano im Jahre 1873 gelegentlich der Abfassung einer Dissertation bewiesen und im Jahre 1875 nebst dem Beweise für das Princip der kleinsten Deformationsarbeit in den Akten der Akademie der Wissenschaften zu Turin unter dem Titel „Nuova teoria intorno all'equilibrio dei sistemi elastici“ veröffentlicht worden.

Castigliano leitet das Princip der kleinsten Deformationsarbeit aus dem Satze von der Derivirten ab. Es ist aber auch der umgekehrte Weg möglich und halte ich den von Fränkel in Heft 1 auf Seite 67 und 68 des Jahrg. 1882 der Zeitschrift des Archit.- u. Ing.-Vereins zu Hannover für den homogenen isotropen elastischen Körper gegebenen Beweis für besonders gelungen, weil sich dort der Einfluss der Temperaturänderungen in sehr übersichtlicher Weise berücksichtigen lässt, indem man die Dehnungen $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ vor Einsetzen in Gleichung 5 der gedachten Abhandlung um ϵt vergrössert, unter ϵ die relative Dehnung für den Temperaturunterschied 1 verstanden.

**) Man vergl. den Aufsatz von Fränkel a. a. O. In demselben werden eine Reihe ähnlicher Aufgaben in wesentlich anderer Form mit Hilfe des neuen Principis behandelt.

*) Man stelle sich, um die Betrachtung besser übersehen zu können, vor, es handele sich beispielsweise um die Berechnung der Reaction R_p der Mittelstütze eines continuirlichen Trägers, und es sei auf eine Aenderung der Höhenlage der Mittelstütze um r_p Rücksicht zu nehmen.